

Exercices fiabilité

Exercice 1

On a mesuré la durée de vie en heures de 60 appareils avant la première défaillance :

Intervalle de temps (h)	Nombre d'appareils défectueux dans l'intervalle
[0 ; 200[	8
[200 ; 400[	5
[400 ; 500[	3
[500 ; 600[	2
[600 ; 800[	1

Calculer $R(200)$ et $R(500)$.

Exercice 2

La durée de vie d'un équipement suit la loi exponentielle définie par : $R(t) = e^{-0,00025t}$, (t en jours).

1. Déterminer la probabilité que cet équipement ait une durée de vie supérieure à 2500 jours.
2. Calculer la durée de vie moyenne.

Exercice 3

La durée de vie T d'un composant suit une loi exponentielle. Calculer la probabilité que T dépasse le double de son espérance.

Exercice 4

La variable aléatoire T qui associe à un composant tiré au hasard sa durée de vie exprimée en heures suit une loi exponentielle.

1. Calculer le taux d'avarie sachant que $P(T > 450) = 0,80$.
2. Calculer la MTBF de ce composant.
3. Calculer la valeur t_0 pour laquelle $P(T \leq t_0) = 0,5$.

Exercice 5

La durée de vie d'une ampoule suit la loi exponentielle définie par $R(t) = e^{-0,0008t}$, t en heures.

1. Calculer $P(T > 1000)$.
2. Calculer la MTBF.
3. Déterminer la valeur de t_0 pour laquelle $P(T \leq t_0) = 0,5$.

Problème

Un technicien en maintenance est chargé d'étudier le cas d'une pièce. L'historique permet de connaître la durée de vie des pièces de ce type déjà utilisées. Elles sont consignées dans le tableau suivant :

N° d'ordre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Durée de vie (heures)	130	20	348	100	14	212	64	50	135	224	67

1. On note $R(t)$ la probabilité de survie du matériel à la date t . Dresser un tableau faisant apparaître les temps de bon fonctionnement classés dans l'ordre croissant, les valeurs de $F(t)$ par la méthode des rangs moyens, et les valeurs de $R(t)$.
2. On pose $y(t) = \ln(R(t))$, avec $R(t)$ en pourcentage. Placer les points de coordonnées $(t; y(t))$ dans un repère dont les unités sont en abscisses : 1 cm représente 25 heures ; en ordonnées : 10 cm représente $\ln 10$.
3. Justifier l'approche de $R(t)$ par une loi exponentielle.
4. Déterminer graphiquement la MTBF de la pièce. Montrer que l'on peut prendre pour valeur approchée du paramètre λ de la loi exponentielle la valeur 0,007.
5. On envisage de placer deux pièces en parallèle, c'est-à-dire de telle sorte que le système fonctionne tant que l'une des deux pièces fonctionne. Etant donné qu'à l'instant t_0 la fiabilité d'une pièce est de 80 %, déterminer à cet instant celle du système ainsi formé si l'on admet que les deux pièces fonctionnent de manière indépendante.
6. Quelle aurait été la fiabilité à l'instant t_0 si, au lieu de placer les deux pièces en parallèle, on les avait placées en série, c'est-à-dire de telle sorte que le système soit défaillant dès que l'une des deux pièces casse ? (On admettra encore l'indépendance des deux pièces)

1 C	La durée T, en minutes, d'une conversation téléphonique suit une loi exponentielle de moyenne 4 minutes. 1) Calculer $P(T > 5)$ 2) Calculer $P(2 < T < 8)$.
2 C	Pour une variable T, exprimée en minutes, qui représente une durée de vie et suit une loi exponentielle, on a : $P(T > 3) = 0,2$. 1) Quelle est la durée de vie moyenne ? 2) Calculer $P(T < 5)$.
3 C	Un chêne a une durée de vie moyenne de 240 ans et on convient de modéliser sa durée de vie en années par une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle. 1) Quel est le paramètre λ de X ? 2) Calculer la probabilité que la durée de vie d'un chêne soit : a) supérieure à 480 ans. b) inférieure à 120 ans. c) inférieure à 360 ans sachant qu'il a déjà 240 ans.
4	Une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre λ 1) Déterminer λ sachant que $P(X \leq 50) = 0.05$. 2) Calculer $P(X > 25)$
5 C	Une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre λ Sachant que $P(1 \leq X \leq 2) = \frac{2}{9}$, déterminer λ.
6	La durée de vie moyenne d'un moteur électrique est de 5 ans et suit une loi exponentielle. 1) Si le moteur est garanti un an, quelle proportion de ses clients devra-t-on dépanner avant la fin de la garantie ? 2) Quelle est la durée de la garantie pour qu'on ait à dépanner 50 % des clients durant cette garantie ? 3) Dans un lot de 10 moteurs, soit X le nombre des moteurs qui n'ont pas de pannes durant deux ans. a) Quelle est la loi de X ? b) Calculer $E(X)$.
7	Un fabricant de matériel électronique sait, à l'aide d'études statistiques, que son matériel fonctionne en moyenne 2 ans sans réparation et que la durée de vie avant la première panne suit une loi exponentielle. On désigne par X la durée de vie en année. 1) Déterminer la fonction F telle que $F(x) = P(X \leq x)$. 2) Calculer la probabilité pour que le matériel tombe en panne avant la fin de la première année. 3) Calculer la probabilité pour qu'il n'ait pas de panne au cours des trois premières années.
8 C	Une machine perce des tôles. La loi de durée de vie de cette machine est une loi exponentielle. La moyenne de durée de vie d'une telle machine annoncée par le constructeur est de 5 000 heures. 1) Calculer λ. 2) Calculer la probabilité qu'il n'y ait pas de défaillance au cours des 2000 premières heures d'utilisation de cette machine. 3) Sachant que la machine n'a connu aucune défaillance au cours des 2 000 premières heures d'utilisation, quelle est la probabilité que cette machine ne connaisse aucune défaillance pendant les 6000 premières heures d'utilisation ?
9	On considère une production de composants. On admet que la variable aléatoire T qui à tout composant tiré au hasard dans la production associe sa durée de vie t exprimée en heures, suit une loi exponentielle de paramètre λ. 1) Soit $F(t)$ la probabilité pour qu'un composant n'ait eu aucune panne jusqu'à l'instant t. Ecrire $F(t)$ en fonction de t. 2) On sait que $F(600) = 0.93$. Déterminer la valeur exacte de λ puis une valeur approchée à 10^{-5} près. 3) Calculer à 10^{-4} près la probabilité pour que la durée de vie d'un composant dépasse 1 500 heures.
10	Un élément radioactif a une durée de vie T en siècles qui suit une loi exponentielle de paramètre 0.03. Déterminer t tel que $P(T < t) \geq 0.5$.

11	Une mouche entre dans une salle et on tente de la tuer. On note T la variable aléatoire égale à la durée de vie de la mouche. La loi de T est une loi exponentielle. 1) La probabilité pour que la mouche soit tuée au cours des 20 premières minutes est 0.8. Calculer la durée de vie moyenne de la mouche. 2) Quinze mouches entrent dans la salle. a) Quelle est la probabilité pour que 10 d'entre elles soient tuées dans le premier quart d'heure ? b) Quelle est la probabilité pour que plus d'une mouche soit tuée en moins de 5 minutes ?
12	Un fabricant de jeux électroniques estime qu'une pièce a une durée de vie moyenne de 700 jours. On suppose que la variable aléatoire T qui représente la durée de vie d'une telle pièce suit une loi exponentielle. 1) Calculer la probabilité des événements suivants : A : « la pièce n'a pas de défaillance durant les 4 premiers mois » B : « la pièce est encore en fonctionnement au bout de 2 ans. » C : « sachant que la pièce fonctionne encore au bout de 2 ans, elle fonctionne encore au bout de 5 ans. » 2) Au bout de quelle durée peut-on s'attendre à ce que 10 % des pièces soient en panne ?
13 C	<u>Polynésie 2004.</u> Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit une « loi de durée de vie sans vieillissement » (ou encore loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$). <i>Toutes les probabilités seront données à 10^{-3} près.</i> 1) Sachant que $P(X \geq 10) = 0,286$, montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de λ est 0.125. 2) Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois. 3) Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à 10 ans ? 4) On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes. Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ? 5) Combien l'établissement devrait-il acheter d'oscilloscopes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionne plus de deux ans soit supérieure à 0,999 ?
14 C	<u>France 2008</u> La durée de vie, exprimée en heures d'un agenda électronique est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ où λ est un réel strictement positif. La fonction R définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$, par $R(t) = P(X > t)$ est appelée fonction de fiabilité. 1) Restitution organisée de connaissances : a) Démontrer que pour tout $t \geq 0$ on a $R(t) = e^{-\lambda t}$ b) Démontrer que la variable X suit une loi de durée de vie sans vieillissement, c'est-à-dire que pour tout réel $s \geq 0$, la probabilité conditionnelle $P_{\{X > t\}}(X > t + s)$ ne dépend pas du nombre $t \geq 0$. 2) Dans cette question, on prend $\lambda = 0,00026$. a) Calculer $P(X < 1000)$ et $P(X > 1000)$. b) Sachant que l'événement $(X > 1000)$ est réalisé, calculer la probabilité de l'événement $(X > 2000)$. c) Sachant qu'un agenda a fonctionné plus de 2000 heures, quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 3000 heures ?
15	<u>Pondichéry Avril 2014.</u> Dans cet exercice, sauf indication contraire, les résultats seront arrondis au centième. 1) La durée de vie, exprimée en années, d'un moteur pour automatiser un portail fabriqué par une entreprise A est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ, où λ est un réel strictement positif. On sait que $P(X = 2) = 0,15$. Déterminer la valeur exacte du réel λ. Dans la suite de l'exercice on prendra 0,081 pour valeur de λ. 2) Déterminer $P(X > 3)$. 3) Montrer que pour tous réels positifs t et h, $P_{\{X > t\}}(X > t + h) = P(X > h)$ 4) Le moteur a déjà fonctionné durant 3 ans. Quelle est la probabilité pour qu'il fonctionne encore 2 ans ? 5) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et donner une interprétation de ce résultat.

16	France 2004 On s'intéresse à la durée de vie, exprimée en semaines, d'un composant électronique. On modélise cette situation par une loi de probabilité p de durée de vie sans vieillissement définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$; la probabilité que le composant ne soit plus en état de marche au bout de t semaines est : $p([0 ; t]) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx .$ Une étude statistique, montrant qu'environ 50 % d'un lot important de ces composants sont encore en état de marche au bout de 200 semaines, permet de poser $p([0 ; 200] = 0.5$. 1) Montrer que $\lambda = \frac{\ln 2}{200}$. 2) Quelle est la probabilité qu'un de ces composants pris au hasard ait une durée de vie supérieure à 300 semaines ? On donnera la valeur exacte et une valeur approchée décimale au centième près. 3) On admet que la durée de vie moyenne d_m de ces composants est la limite quand A tend vers $+\infty$ de $\int_0^A \lambda e^{-\lambda x} dx$ a) Montrer que la fonction G définie pour tout x réel positif par $G(x) = \frac{-\lambda x e^{-\lambda x} - e^{-\lambda x} + 1}{\lambda}$ est une primitive de la fonction g définie pour tout x réel positif par $g(x) = \lambda e^{-\lambda x}$. b) Montrer que $\int_0^A \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{-\lambda A e^{-\lambda A} - e^{-\lambda A} + 1}{\lambda}$ c) En déduire d_m ; on donnera la valeur exacte et une valeur approchée décimale à la semaine près.
----	--

CORRIGE :

1	La durée T, en minutes, d'une conversation téléphonique suit une loi exponentielle de moyenne 4 minutes. 1) Calculer $P(T > 5)$ $\lambda = 0.25$ $P(T > 5) = e^{-1.25} \approx 0.29$ 2) Calculer $P(2 < T < 8)$. $P(2 < T < 8) = e^{-0.5} - e^{-2} \approx 0.47$
2	Pour une variable T, exprimée en minutes, qui représente une durée de vie et suit une loi exponentielle, on a : $P(T > 3) = 0.2$. 1) Quelle est la durée de vie moyenne ? $P(T > 3) = 0.2$ $\Leftrightarrow 1 - e^{-3\lambda} = 0.8$ $\Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln 5}{3} \approx 0.54$ 2) Calculer $P(T < 5)$. $P(T < 5) = 1 - e^{-0.54 \times 5} \approx 0.93$
3	Un chêne a une durée de vie moyenne de 240 ans et on convient de modéliser sa durée de vie en années par une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle. 1) Quel est le paramètre λ de X ? $\lambda = \frac{1}{240}$ 2) Calculer la probabilité que la durée de vie d'un chêne soit : a) supérieure à 480 ans. $P(T > 480) = e^{-480\lambda} \approx 0.135$ b) inférieure à 120 ans. $P(T < 120) = 1 - e^{-120\lambda} \approx 0.393$ c) inférieure à 360 ans sachant qu'il a déjà 240 ans. $P_{(T > 240)}(T < 360) = \frac{e^{-240\lambda} - e^{-360\lambda}}{e^{-240\lambda}} \approx 0.393$
5	Une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre λ Sachant que $P(1 \leq X \leq 2) = \frac{2}{9}$, déterminer λ.

	$P(1 \leq X \leq 2) = \frac{2}{9}$ $\Leftrightarrow \int_1^2 \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{2}{9}$ $\Leftrightarrow -e^{-2\lambda} + e^{-\lambda} - \frac{2}{9} = 0$ $\Leftrightarrow \lambda = \ln(3) \text{ ou } \lambda = \ln(1.5)$
8	Une machine perce des tôles. La loi de durée de vie de cette machine est une loi exponentielle. La moyenne de durée de vie d'une telle machine annoncée par le constructeur est de 5 000 heures. - Calculer λ - Calculer la probabilité qu'il n'y ait pas de défaillance au cours des 2000 premières heures d'utilisation de cette machine. $\lambda = \frac{1}{5000}$ $P(X \geq 2000) = e^{-\frac{2}{5}} \approx 0.67$ - Sachant que la machine n'a connu aucune défaillance au cours des 2 000 premières heures d'utilisation, quelle est la probabilité $q_{P(X \geq 2000)}(X \geq 6000) \approx 0.45$ ue cette machine ne connaisse aucune défaillance pendant les 6000 premières heures d'utilisation ?
13	Polynésie 2004. Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit une « loi de durée de vie sans vieillissement » (ou encore loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$). Toutes les probabilités seront données à 10^{-3} près. - Sachant que $P(X \geq 10) = 0,286$, montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de λ est 0.125. - Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois. 0.061 - Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à 10 ans ? $\frac{e^{-0.125 \times 10}}{e^{-0.125 \times 8}} \approx 0.779$ - On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes. Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ? $1 - 0.714^{15} = 0.994$ - Combien l'établissement devrait-il acheter d'oscilloscopes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionne plus de deux ans soit supérieure à 0,999 ? $1 - 0.714^n \geq 0.999$ $\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln 0.001}{\ln 0.714}$ $\Leftrightarrow n \geq 21$

14 C	France 2008 La durée de vie, exprimée en heures d'un agenda électronique est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ où λ est un réel strictement positif. La fonction R définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$, par $R(t) = P(X > t)$ est appelée fonction de fiabilité. - Restitution organisée de connaissances : - Démontrer que pour tout $t \geq 0$ on a $R(t) = e^{-\lambda t}$ - Démontrer que la variable X suit une loi de durée de vie sans vieillissement, c'est-à-dire que pour tout réel $s \geq 0$, la probabilité conditionnelle $P_{(X > t)}(X > t + s)$ ne dépend pas du nombre $t \geq 0$. - Dans cette question, on prend $\lambda = 0,00026$. - Calculer $P(X < 1000)$ et $P(X > 1000)$. $P(X < 1000) = 0.229$ et $P(X > 1000) = 0.771$
---------	--

	b) Sachant que l'événement ($X > 1000$) est réalisé, calculer la probabilité de l'événement ($X > 2000$). 0.771 c) Sachant qu'un agenda a fonctionné plus de 2000 heures, quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 3000 heures ? $1 - e^{-0.26} = 0.229$
--	---

EXERCICE 1 : OPTIMISATION DE LA MAINTENANCE PREVENTIVE :

Il s'agit d'optimiser les interventions de maintenance préventive sur différentes machines. On dispose pour cela des historiques suivants :

Machine N°1		Machine N°2	
Temps entre pannes en heures	N° de panne	Temps entre pannes en heures	N° de panne
400	1	410	1
140	2	230	2
300	3	330	3
220	4	720	4
440	5	635	5
530	6		
620	7		
710	8		
850	9		
1200	10		
1000	11		

En admettant que l'on a des lois de Weibull :

- Tracer les 2 fonctions de répartition sur papier Weibull en utilisant les rangs médians
- Déduire pour chaque loi, les paramètres de Weibull
- Calculer les MTBF
- Définir les périodes d'intervention systématique si on souhaite un fonctionnement avec une fiabilité de 95%
- Refaire le même travail en considérant que les machines sont identiques

EXERCICE 2 : ESTIMATION D'UNE LOI :

On donne l'historique ci-contre de 2 machines :

- Déterminer les lois de durée de vie de chaque machine
- Calculer la MTBF de chaque machine
- Calculer et tracer la fonction R(t)

EXERCICE 3 : LOI EXPONENTIELLE :

On dispose d'un moteur dont on désire faire l'étude par Weibull. Pour cela on dispose de TBF suivants : 432, 335, 244, 158, 77, 535, 646, 766, 897, 4494, 3454, 2846, 2414, 1040, 2079, 1806, 1574, 1374, 1374, 1198.

- Déterminer les paramètres de la loi
- De quelle loi peut alors se rapprocher cette loi de Weibull ?
- Quelle est alors la partie concernée de la courbe en baignoire ?

Machine N°1		Machine N°2	
TBF	N° de panne	TBF	N° de panne
24	1		
35	2	55	1
38	3	26	2
39	4	13	3
42	5	80	4
57	6	14	5
62	7	21	6
		124	7
		35	8
		18	9
		26	10

- Calculer la MTBF de 2 manières
- Déterminer la fiabilité au bout de 500 heures

--	--	--	--

EXERCICE 4 : ETUDE DE ROULEMENTS :

On a relevé la durée de vie de 6 roulements par le nombre de cycles avant rupture : 4×10^5 , $1,3 \times 10^5$, $9,8 \times 10^5$, $2,7 \times 10^5$, $6,6 \times 10^5$, $5,2 \times 10^5$. On suppose que cette durée de vie suit une loi de Weibull.

- En utilisant les rangs médians, déterminer les paramètres de la loi
- Déterminer la MTBF et la fiabilité associée

Les fabricants de roulements nomment L_{10} la durée de vie nominale qui correspond à un seuil de fiabilité de 0,90 tel que 90% des roulements atteignent $t=L_{10}$.

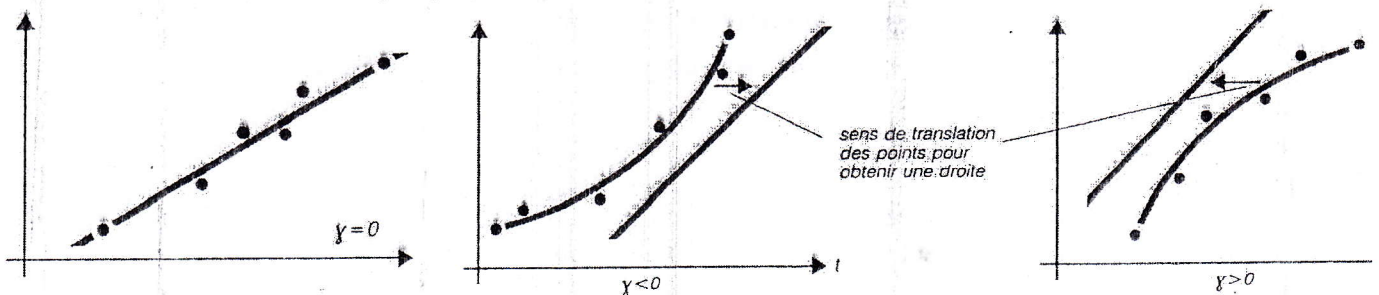
- Déterminer graphiquement le TBF à L_{10} . Le comparer à la MTBF. Conclure.
- Ecrire et tracer les équations de $R(t)$, $F(t)$, $f(t)$ et $\lambda(t)$

GAMMA#0

Cette méthode permet d'obtenir la valeur du paramètre « gamma γ » puis des paramètres « éta η » et « bêta β » quand le nuage de points n'est pas une droite mais une courbe (concave ou convexe).

Rappels :

Si le coefficient γ n'est pas nul (cas assez exceptionnel), la représentation n'est pas linéaire. Pour déterminer γ , il faut faire un changement de variable ($t - \gamma$) ; on obtient alors une droite. Il faut donc translater tous les points d'une valeur égale à γ , mais qui, du fait de la non-linéarité de la fonction logarithme, ne correspond pas à la même distance pour chaque point.



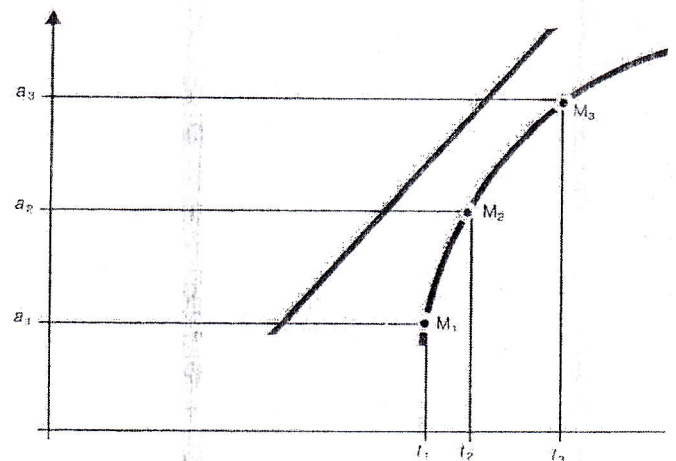
Méthode de calcul pour obtenir la valeur de γ :

Prendre sur l'axe $F(t)$ 3 points équidistants a_1 , a_2 , a_3 .

Ces 3 points permettent d'obtenir les abscisses correspondantes au niveau des TBF : t_1 , t_2 , t_3 .

Sur la courbe, on obtient donc les points M_1 , M_2 , M_3 de coordonnées :

$$\begin{matrix} M_1 & \begin{matrix} t_1 \\ a_1 \end{matrix} & M_2 & \begin{matrix} t_2 \\ a_2 \end{matrix} & M_3 & \begin{matrix} t_3 \\ a_3 \end{matrix} \end{matrix}$$



En effectuant le changement de variable ($t - \gamma$),

(2)

ces 3 points sont translatés et on obtient donc une droite. Les points M1, M2 et M3 ont alors les coordonnées suivantes :

$$M1 \left| \begin{matrix} t1 \\ \log(t1 - \gamma) \end{matrix} \right. \quad M2 \left| \begin{matrix} t2 \\ \log(t2 - \gamma) \end{matrix} \right. \quad M3 \left| \begin{matrix} t3 \\ \log(t3 - \gamma) \end{matrix} \right.$$

$$\overline{M1.M2} \left| \begin{matrix} t2 - t1 \\ \log(t2 - \gamma) - \log(t1 - \gamma) \end{matrix} \right. \quad \text{et} \quad \overline{M2.M3} \left| \begin{matrix} t3 - t2 \\ \log(t3 - \gamma) - \log(t2 - \gamma) \end{matrix} \right.$$

Comme sur l'axe des F(t), les points sont équidistants, on a donc l'égalité suivante :
 $\log(t2 - \gamma) - \log(t1 - \gamma) = \log(t3 - \gamma) - \log(t2 - \gamma)$

$$\Rightarrow \log \frac{t2 - \gamma}{t1 - \gamma} = \log \frac{t3 - \gamma}{t2 - \gamma} \Rightarrow \frac{t2 - \gamma}{t1 - \gamma} = \frac{t3 - \gamma}{t2 - \gamma} \Rightarrow (t2 - \gamma) \cdot (t2 - \gamma) = (t3 - \gamma) \cdot (t1 - \gamma)$$

$$\Rightarrow t2^2 - 2 \cdot t2 \cdot \gamma + \gamma^2 = t3 \cdot t1 - \gamma \cdot t3 - \gamma \cdot t1 + \gamma^2 \Rightarrow t2^2 - 2 \cdot t2 \cdot \gamma = t3 \cdot t1 - \gamma \cdot t3 - \gamma \cdot t1$$

$$\Rightarrow \gamma \cdot (t3 + t1 - 2 \cdot t2) = t3 \cdot t1 - t2^2$$

Ce qui permet d'obtenir la valeur de gamma :

$$\gamma = \frac{t_1 \cdot t_3 - t_2^2}{t_1 + t_3 - 2 \cdot t_2}$$

Il reste donc à translater tous les autres points de la valeur de gamma. On obtient une droite. A partir de cette droite, on obtient les 2 autres paramètres de la même manière que lorsque gamma est égal à 0.

APPLICATION 1 pour Gamma > 0 :

Le dépouillement des différents fichiers historiques concernant des réducteurs à axes concourants de même type et fonctionnant dans des conditions identiques a permis de constater 21 avaries.

Les TBF en heures ont été relevés et classés par ordre croissant : 570, 600, 640, 670, 700, 730, 770, 800, 830, 870, 900, 930, 960, 1000, 1050, 1100, 1150, 1220, 1280, 1380, 1570.

1. Estimer la fonction de répartition par les rangs moyens
2. Tracer les couples de points (TBF, F(t)) sur du papier Weibull
3. Déterminer par calcul la valeur de gamma
4. Effectuer alors la translation des points afin d'obtenir une droite
5. En déduire les paramètres bêta et éta
6. Déterminer enfin la MTBF
7. Vérifier les résultats avec FIABOPTIM

APPLICATION 2 pour Gamma < 0 :

Le dépouillement des différents fichiers historiques concernant des matériels de même type et fonctionnant dans des conditions identiques a permis de constater 22 avaries.

Les TBF en heures ont été relevés et classés par ordre croissant : 1, 2, 3.5, 4, 5.5, 8, 8, 8, 9, 9, 11, 11, 11, 13, 13, 13, 13, 15, 15, 15, 15, 15.

1. Estimer la fonction de répartition par les rangs moyens en complétant le tableau ci-dessous
2. Tracer les couples de points (TBF, F(t)) sur du papier Weibull

3. Déterminer par calcul la valeur de gamma
4. Effectuer alors la translation des points afin d'obtenir une droite
5. En déduire les paramètres bêta et éta
6. Déterminer enfin la MTBF

Rang	TBF en mois	Nb de fois au même temps : ni	$\sum ni$ (ni cumulés)	$F(ti) = \sum \frac{ni}{N+1}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

EXERCICE 5 : ORGANE DE MACHINE :

L'étude statistique effectuée sur les T.B.F. d'un organe de machine a permis de dégager la loi de fiabilité suivante :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{130}\right)^{1.5}}$$

- Déterminer les valeurs prises par les trois paramètres du modèle ci-dessus.
- Calculer la MTBF.
- Représenter schématiquement l'allure du taux de défaillance de cet organe.
- Décrire les conditions nécessaires pour qu'une maintenance préventive soit applicable.

Données :

Coût intervenant	30,49 € / heure
Coût de non - production	1524,49 € / heure
Coût de la pièce de rechange	76,22 €
Temps d'arrêt moyen suite à une défaillance	3,5 heures
Temps moyen pour l'échange d'un élément entre défaillances	2 heures
Temps d'ouverture	2000 heures

EXERCICE 6 : COURROIES :

On a observé pendant une année, le fonctionnement (temps effectif de disponibilité 1935 heures) de 3 machines qui assurent la fabrication de cigarettes puis leur conditionnement en paquets et en cartouches.

La collecte des informations a été effectuée par un système de saisie des arrêts en temps réel documenté par les opérateurs de production. Un extrait des historiques ainsi constitués est donné ci-dessous.

Données :

Les 3 machines constituent une chaîne de production en série liée sans en-cours.

- Coût indirect de maintenance par heure : 556,9€ ;
- Temps de changement d'une courroie : 20 min ;
- Down time = 30min ;
- Taux horaire main-d'œuvre de maintenance : 35,83€ ;
- Prix d'une courroie : 16,77€.

Afin d'effectuer une étude de fiabilité sur les 36 courroies qui sont les composants provoquant le plus d'arrêts incontrôlés, on a suivi le comportement de 12 d'entre-elles et relevé leurs durées de vie respectives.

TBF(heures)	800	545	580	800	880	660	545	800	480	610	700	640
-------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Nota : Les courroies sont identiques et travaillent dans les mêmes conditions.

Travail demandé :

- **Déterminer la loi de dégradation de ces courroies.**
- **A partir des paramètres du modèle ainsi établi, indiquer (en justifiant) si les courroies semblent correctement choisies.**
- **Calculer le nombre prévisible de défaillances pour l'année à venir.**
- **Déterminer, si elle existe, la périodicité optimale (θ_0) d'un changement systématique des 36 courroies en gestion collective.**